

Seminario tenuto nell'ambito del corso «Economia pubblica e politiche pubbliche»  
Dipartimento di Scienze sociali ed economiche  
Università La sapienza - Roma  
9 dicembre 2015

## **IL TEOREMA DI BELL RACCONTATO A MODO MIO**

Mario C. Cirillo

mario.cirillo@isprambiente.it

Servizio Valutazioni Ambientali

Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (ISPRA)

..... più o meno .....

## DEBITI (solo i principali):

Bell, J.S. 2004. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Second Edition. With a new Introduction by Alain Aspect. Cambridge University Press. [contiene tutti gli scritti di Bell sulle questioni concettuali e filosofiche della meccanica quantistica]

Bell, J.S. 1964. *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*. Physics, Vol 1, pp. 195-200.

Einstein, A. , B. Podolsky and N. Rosen, 1935. *Can Quantum Mechanical Description of Reality Be Considered Complete?* Physical Review, Vol. 47, pp. 777-780.

Harrison, D. M. 2006. *Bell's theorem*. <http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/BellsTheorem/>

Hensen B., H. Bernien, A. E. Dréau, A. Reiserer, N. Kalb, M. S. Blok, J. Ruitenberg, R. F. L. Vermeulen, R. N. Schouten, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, M. W. Mitchell, M. Markham, D. J. Twitchen, D. Elkouss, S. Wehner, T. H. Taminiau & R. Hanson, 2015. *Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres*. Nature, 526, pp. 682-686, doi:10.1038/nature15759

Selleri, F. 1987. *Paradossi e realtà. Saggio sui fondamenti della microfisica*. Laterza, Bari.

..... e tutti gli amici e colleghi che hanno avuto la pazienza di leggere versioni diverse di un dialogo che mi sto divertendo a scrivere, da cui è tratta questa presentazione, e di darmi i loro commenti.

*« ... la meccanica quantistica non è neutrale dal punto di vista filosofico e ... la sua stessa struttura matematica, assieme alle regole che danno significato empirico ai suoi simboli, non può essere compatibile con l'idea che gli oggetti atomici esistano nella spazio e nel tempo e che due di essi siano fra loro praticamente indipendenti se separati da una grande distanza»*

*(Selleri, 1987, pag. 4)*

# QUALE È IL NOSTRO PUNTO DI PARTENZA?

Punto di partenza è la visione della realtà che viene presupposta nelle scienze della natura a partire da Galilei e Newton, e che è tuttora la concezione dominante, quella che si insegna nelle scuole e nelle università e che è propria della stragrande maggioranza della gente: la “nostra” concezione della realtà.

Una visione talmente “incarnata” nella nostra mentalità che neppure la si esplicita, figurarsi poi metterla in discussione!

# QUALE È QUESTA VISIONE DELLA REALTÀ?

La seguente:

La realtà è costituita da cose situate nello spazio e che si evolvono nel tempo, la cui esistenza è indipendente da chi le osserva (**principio di realtà**), e il cui comportamento non è influenzato da azioni fatte su altre cose sufficientemente distanti nello spazio, in particolare non è influenzato *istantaneamente*, in quanto nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce nel vuoto (**principio di località**).

Il teorema di Bell, e quel che ne segue, mette un punto fermo sul fatto che dobbiamo rinunciare ad almeno uno dei due “capisaldi” della nostra concezione della realtà “dettata da un perfetto buon senso”, capisaldi che sono il **principio di realtà** e il **principio di località**.

Il teorema non dice esattamente quale sia la concezione “alternativa”, ma afferma che è necessario buttare a mare almeno un caposaldo della visione corrente, dando la stura a una molteplicità di possibili visioni della realtà e mettendo in discussione una volta per tutte quella concezione della realtà che, ancora oggi, viene ritenuta dalla maggior parte delle persone non solo la visione di perfetto buon senso, ma anche quella avallata e sostenuta dal più solido pensiero scientifico, il che non è. E non dimentichiamo che nella nostra epoca dire “scientifico” equivale a dire “vero”, “autentico”, “incontrovertibile”!

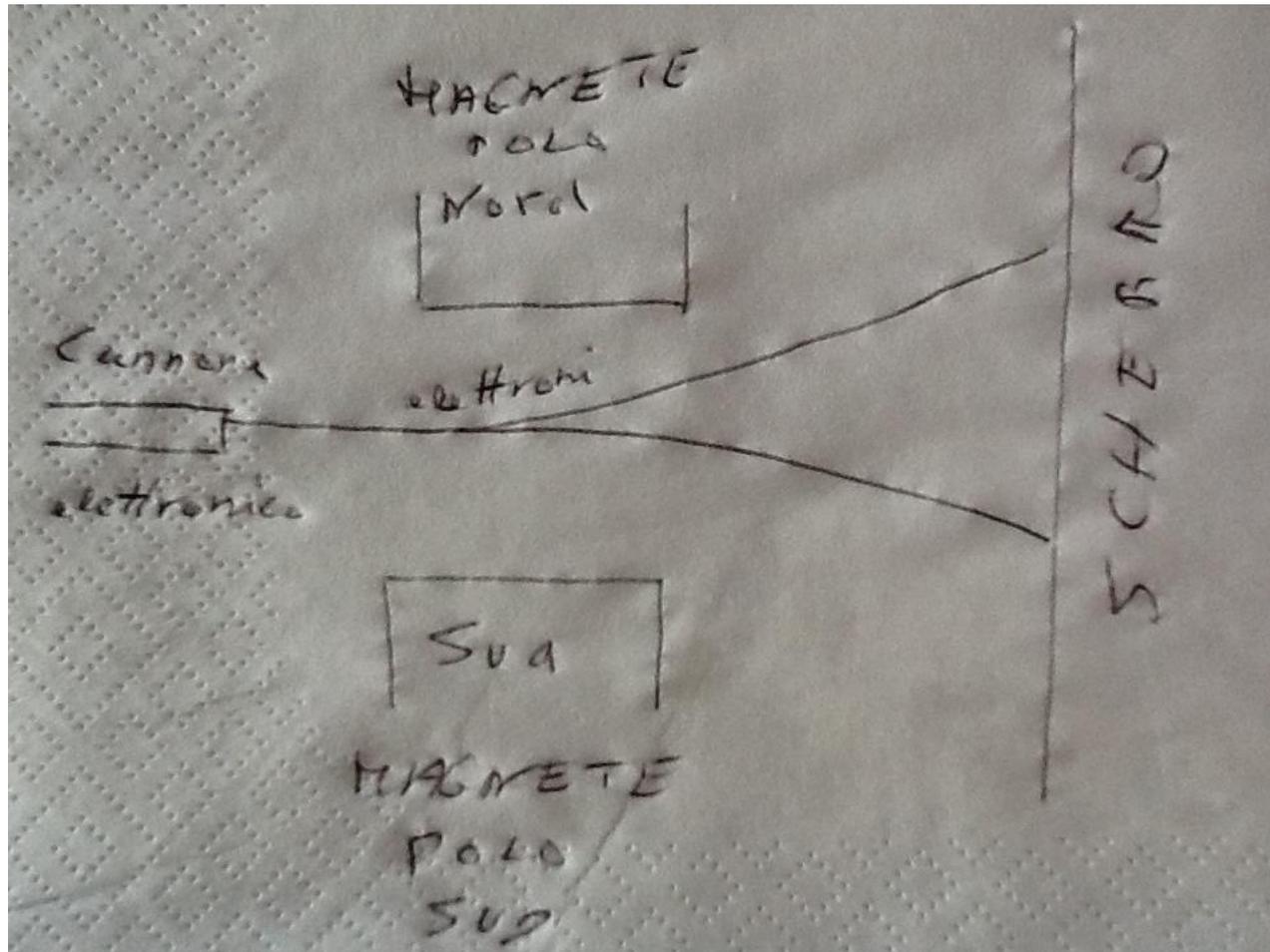
Nel 1975 il fisico Henry Stapp ha dichiarato che il teorema di Bell è *“la più profonda scoperta della scienza”*. (Citato da Selleri (1987, pag. 181) e da Harrison (2006, pag. 1) che aggiunge: *“Da notare che egli dice scienza, non fisica. Io concordo con lui”*)

**COME VE LO RACCONTO IL TEOREMA DI BELL?**

# 1) Partendo dalla nostra concezione della natura delle cose, dai due principi che abbiamo già menzionato:

- PRINCIPIO DI REALTÀ: la realtà è costituita da cose situate nello spazio e che si evolvono nel tempo, la cui esistenza è indipendente da chi le osserva
- PRINCIPIO DI LOCALITÀ: il comportamento di una cosa non è influenzato da azioni fatte su altre cose sufficientemente distanti nello spazio, in particolare non è influenzato *istantaneamente*, in quanto nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce nel vuoto

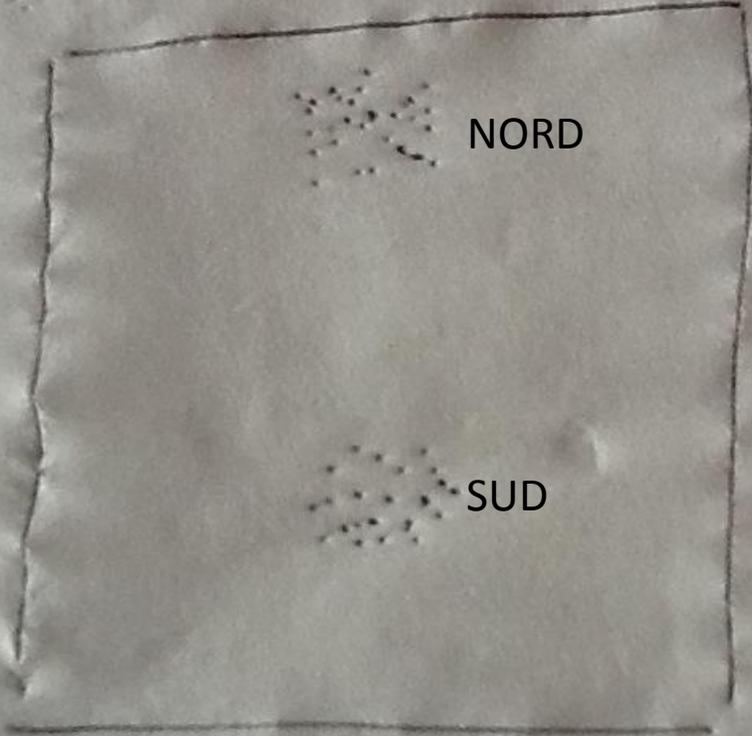
## 2) Ragionando sul comportamento degli elettroni in un campo magnetico (ma lo stesso ragionamento si può fare con fotoni, protoni, ioni, .....) )



Se facciamo passare un fascio di elettroni tra i poli Nord-Sud di un magnete, con subito dopo uno schermo dove viene registrata la posizione di ciascun elettrone dopo il passaggio nel campo magnetico, se il Nord è posizionato in alto e il Sud in basso vediamo che metà degli elettroni sono deviati in alto e l'altra metà in basso, tutti nella stessa misura.

Di passaggio vi dico che questo comportamento degli elettroni è in contrasto con la meccanica classica, quella che funziona magnificamente nel mondo macroscopico di tutti i giorni, ma non mi soffermo oltre su questo punto

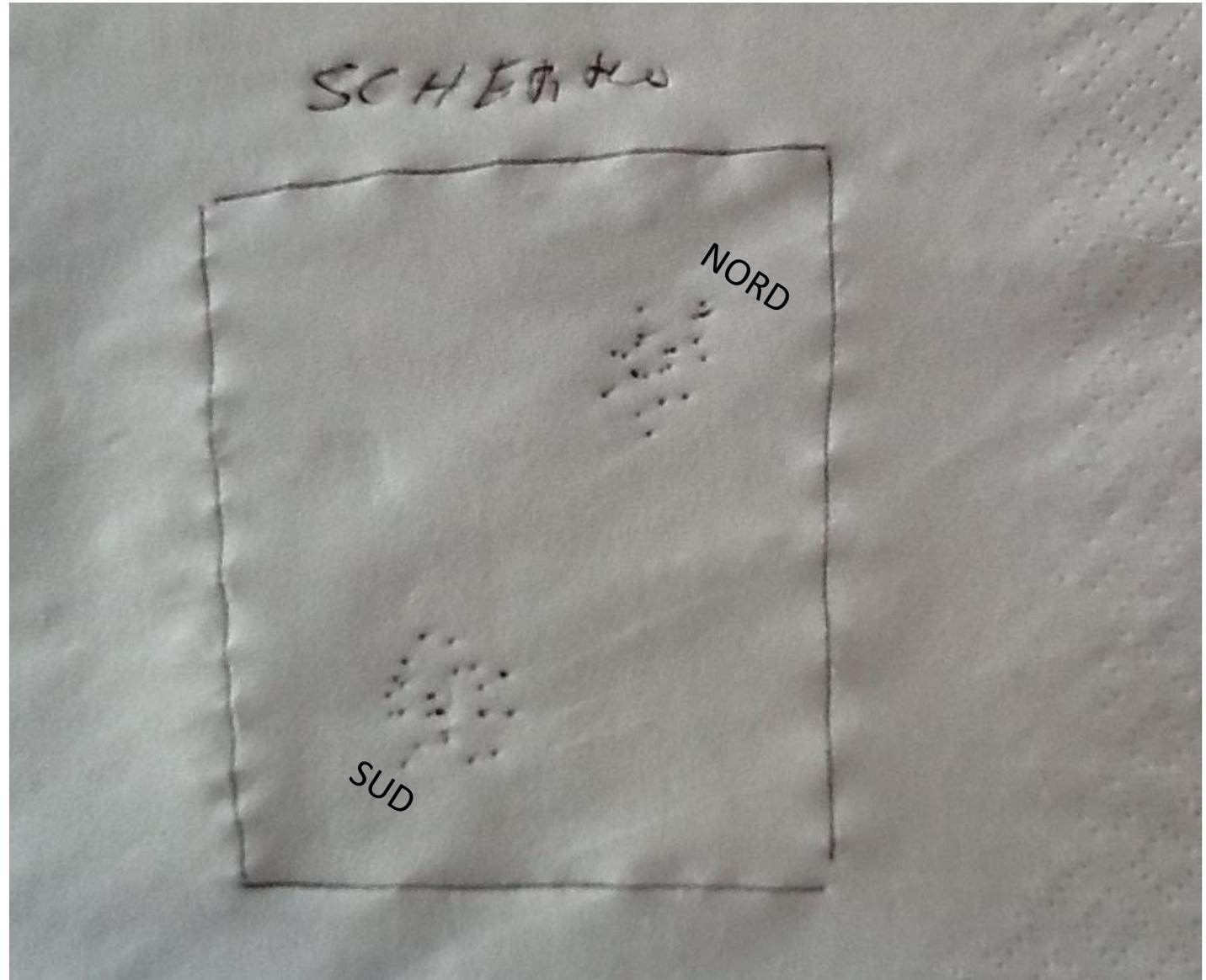
SCHEMA



Questo è più o meno quello che si vede sullo schermo quando il Nord del magnete è posizionato in alto e il Sud in basso.

Se io ruoto l'asse dei poli del magnete di 45 gradi in senso orario, e ripeto l'esperimento facendoci passare un altro fascio di elettroni, scopro che anche questi elettroni sono deviati metà verso il Nord e l'altra metà verso il Sud del magnete, per cui il tutto è ruotato di 45 gradi rispetto al caso precedente, più o meno così

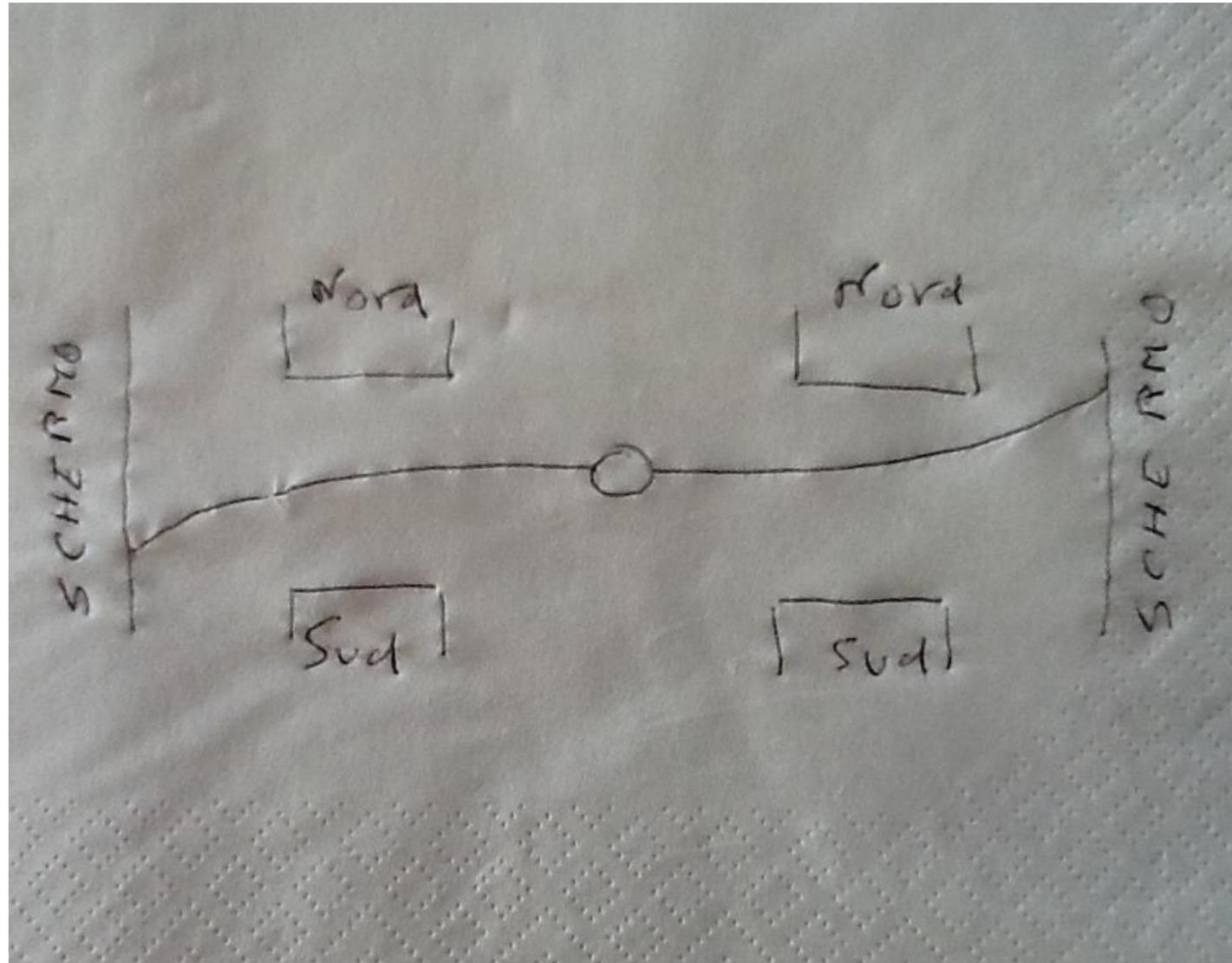
Lo stesso risultato lo ottengo ruotando i poli del magnete di qualsiasi altro angolo: in ogni caso il risultato è di separare in due il fascio di elettroni, 50% verso il Nord e 50% verso il Sud del magnete.



**ADESSO INTRODUCIAMO UN CONCETTO FONDAMENTALE  
IN MECCANICA QUANTISTICA: *L'ENTANGLEMENT***

Vi sono delle sostanze radioattive che emettono elettroni (ve ne sono che emettono fotoni, o altre particelle) a due a due, in direzioni differenti. Se i due elettroni della coppia sono diretti verso due magneti distanti l'uno dall'altro e paralleli, cioè con il medesimo orientamento dell'asse Nord-Sud, sugli schermi posti immediatamente dopo i magneti si vede che quando il primo elettrone viene deviato verso Nord, il secondo è deviato verso Sud, e viceversa

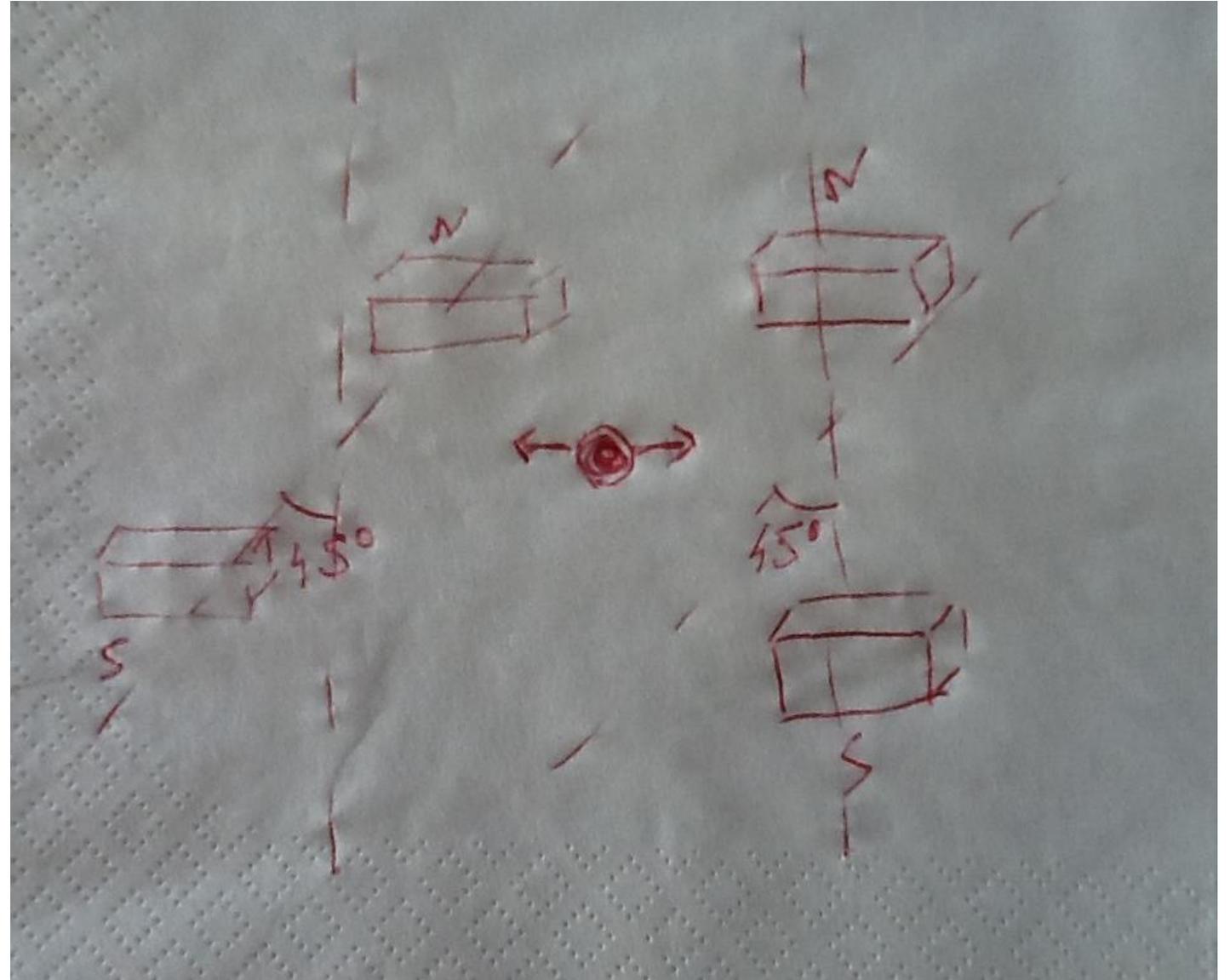
In questi casi si dice che i due elettroni sono "accoppiati" o "intrecciati" (*entangled*).



Adesso facciamo un piccolo passo avanti, e consideriamo i due magneti non più paralleli ma con orientamenti diversi. Ad esempio posso orientare il magnete a destra con l'asse Nord-Sud verticale, e il magnete di sinistra con l'asse Nord-Sud ruotato di 45 gradi rispetto al primo.

Nello schizzo il magnete a destra è con asse Nord-Sud verticale, quello a sinistra con asse Nord-Sud ruotato di 45 gradi.

Al centro la sostanza che emette la coppia di elettroni *entangled* nelle due direzioni opposte (sono le due freccette).



Se l'elettrone di destra della coppia *entangled* è deviato verso Nord in direzione verticale (e lo posso verificare sullo schermo), per quanto abbiamo detto sappiamo con certezza che l'elettrone di sinistra sotto l'effetto del campo magnetico di medesimo orientamento sarebbe deviato verso Sud in direzione verticale. Analogamente se l'elettrone a sinistra è deviato verso Nord in direzione 45 gradi, sappiamo con certezza che l'elettrone di destra *entangled* con lo stesso campo magnetico sarebbe deviato verso Sud in direzione 45 gradi.

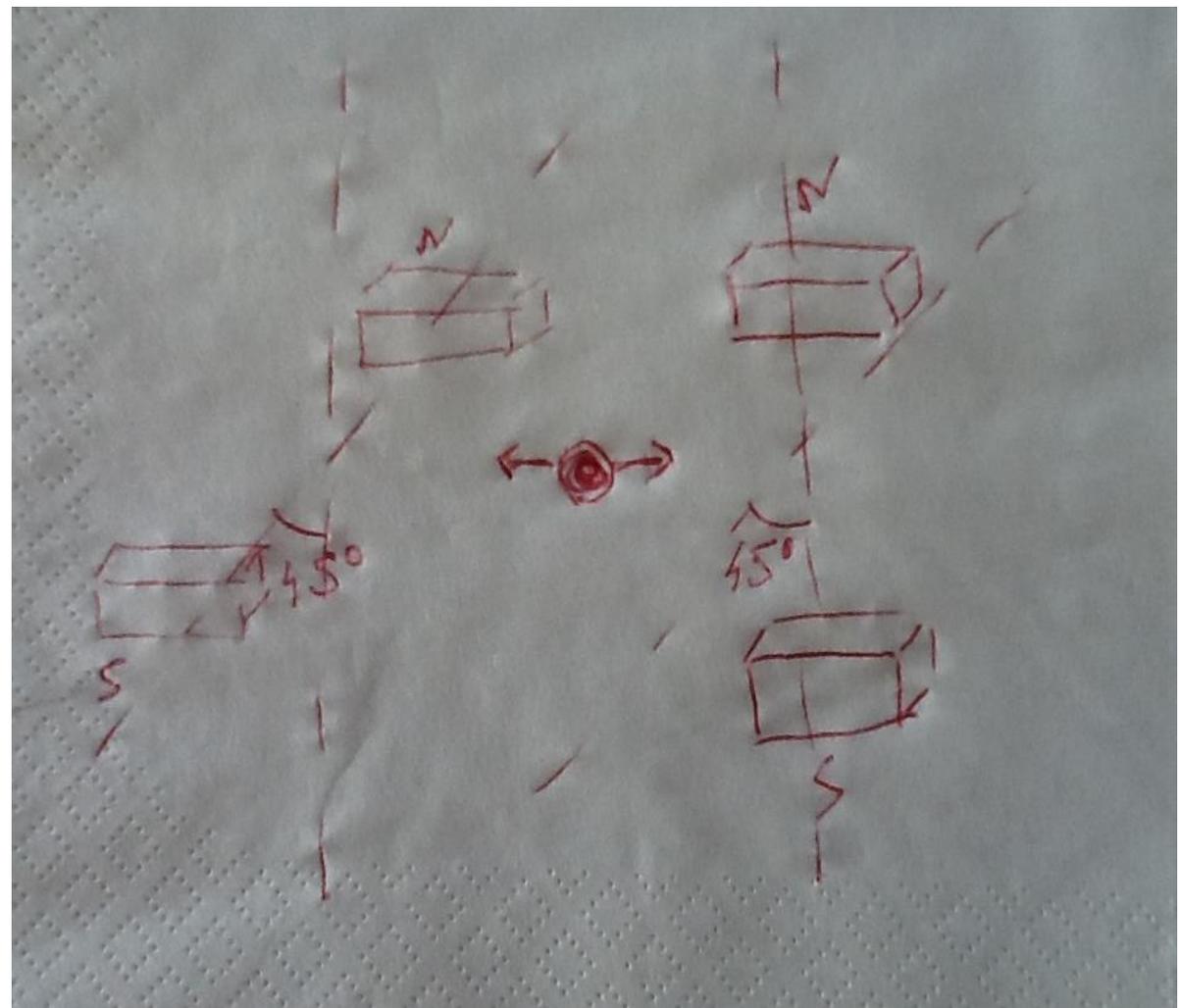
Dunque sfruttando *l'entanglement* posso, con una misura su ciascun elettrone, associare due informazioni a ogni elettrone della coppia: la prima è il risultato della misura diretta, la seconda è l'opposto della misura fatta sull'elettrone *entangled*.

**In altre parole dire:**

**“L'elettrone di destra devia a Nord sulla verticale e l'elettrone di sinistra devia a Nord a 45 gradi”**

**equivale a dire:**

**“L'elettrone di destra devia a Nord sulla verticale e a Sud a 45 gradi”**



## **DOMANDA:**

**invece di complicarmi la vita lavorando con le coppie di elettroni *entangled* e le coppie di magneti con orientamento diverso, non posso fare due misure successive sullo stesso elettrone?**

**NO**, in meccanica quantistica la misura altera irreversibilmente lo stato del sistema, per cui l'elettrone una volta osservato una prima volta non è più nella situazione «originaria»: l'unico modo di avere due informazioni sullo stato dell'elettrone è quello di fare una misura su di esso, e l'altra sul suo compagno *entangled*.

**Consentendo il passaggio soltanto degli elettroni deviati verso Nord, sia a destra che a sinistra, possiamo pensare di fare i seguenti esperimenti**

Facendo un gran numero di misure su coppie di elettroni *entangled* con il magnete di destra con asse Nord-Sud in direzione verticale e quello di sinistra con asse ruotato di 45 gradi in senso orario, realizzo un primo esperimento che mi consente di rilevare il numero di coppie di elettroni *entangled* che deviano ambedue verso Nord, sia a destra che a sinistra, il che equivale a rilevare il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 45 gradi”.

Un secondo esperimento lo posso fare con orientamento degli assi dei magneti a 45 gradi a destra e a 90 gradi sinistra, e dunque su un numero di misure uguale al caso precedente posso contare il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in direzione 45 gradi” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”.

Infine posso fare un terzo esperimento con orientamento degli assi dei magneti verticale a destra e 90 gradi a sinistra, contando anche in questo caso il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”, sempre con riferimento a un numero di misure uguale a quello di ciascuno dei due precedenti esperimenti.

Se il numero di coppie di elettroni *entangled* su cui andiamo a fare le misure è sufficientemente grande, e se scegliamo in maniera casuale le coppie di elettroni da sottoporre al primo, al secondo e al terzo esperimento (gli statistici lo chiamano “campionamento casuale”), col solo vincolo di eseguire un ugual numero di misurazioni in ciascuna delle tre condizioni, possiamo pensare che i risultati di ciascun esperimento siano rappresentativi dell’intero insieme degli elettroni.

**Adesso scriviamo la disuguaglianza di Bell applicata al nostro esempio:**

**(1) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 45 gradi”**

*più*

**(2) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione 45 gradi” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”**

Dimostriamo la disuguaglianza: ogni elettrone del gruppo (3) o “devia verso Sud in direzione 45 gradi”, e quindi appartiene anche al gruppo (1), o “devia verso Nord in direzione 45 gradi”, e quindi appartiene anche al gruppo (2); di conseguenza la somma degli elettroni del primo e del secondo gruppo è almeno uguale al numero di elettroni del terzo gruppo. E la dimostrazione è fatta!

La disuguaglianza di Bell prescinde dalla meccanica quantistica, essa è collegata al nostro modo di ragionare e alla nostra visione della realtà, tanto è vero che può essere riscritta in termini generali considerando 3 proprietà qualsiasi di una qualsiasi collezione di oggetti.

Harrison (2006) riporta che con i suoi studenti fa il seguente esercizio: gli “oggetti” sono gli studenti presenti in classe; le tre proprietà sono:

*A*: maschio;

*B*: altezza sopra i 175 cm;

*C*: occhi chiari.

La disuguaglianza di Bell diviene:

**(1) il numero di studenti che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”**

*più*

**(2) il numero di studenti che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di studenti che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”**

Si può verificare che la disuguaglianza scritta sopra vale sempre per qualsiasi insieme di persone, indipendentemente dal fatto che il numero di persone considerato sia grande o piccolo (può essere anche zero!); inoltre non si fa alcuna ipotesi sulla indipendenza o meno delle proprietà che si considerano: in questo caso presumibilmente vi è correlazione tra genere e altezza, ma la validità della disuguaglianza prescinde anche da questo.

La disuguaglianza può essere riscritta in termini generali considerando 3 proprietà qualsiasi (che possono essere chiamate per comodità  $A$ ,  $B$  e  $C$ ) di una qualsiasi collezione di oggetti.

In questi termini la disuguaglianza assume la seguente forma:

**(1) il numero di oggetti che “hanno la proprietà  $A$ ” e “non hanno la proprietà  $B$ ”  
*più***

**(2) il numero di oggetti che “hanno la proprietà  $B$ ” e “non hanno la proprietà  $C$ ”  
*è maggiore o uguale a***

**(3) il numero di oggetti che “hanno la proprietà  $A$ ” e “non hanno la proprietà  $C$ ”**

## MA TORNIAMO ALLA DISUGUAGLIANZA DI BELL RIFERITA AGLI ELETTRONI

Se per esempio abbiamo fatto 1000 misurazioni per ogni esperimento, (negli esperimenti reali i numeri possono essere più grandi, e poi ci sono una infinità di altre complicazioni su cui soprassediamo) e per il primo esperimento abbiamo misurato 70 elettroni che soddisfano la condizione “deviazione verso Nord in direzione verticale e deviazione verso Sud in direzione 45 gradi”, questo significa che il 7% degli elettroni ha queste proprietà o – direbbe lo statistico – che la probabilità che un elettrone sia “deviato verso Nord in direzione verticale e deviato verso Sud in direzione 45 gradi” è pari a 0,07 (ricordiamoci che probabilità uguale a 1 significa certezza, ed equivale a dire che tutti gli elettroni soddisfano la condizione di cui sopra; probabilità 0 significa impossibilità, e significherebbe che nessun elettrone soddisfa quella condizione).

**Sulla base delle considerazioni appena fatte, normalizzando rispetto al numero di misure fatte in ognuno dei tre esperimenti possiamo scrivere la disuguaglianza di Bell in termini di probabilità :**

**(1) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 45 gradi”**

*più*

**(2) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione 45 gradi” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”**

La cosa interessante è che la meccanica quantistica ci fornisce delle formule derivate dalla teoria per calcolare queste probabilità.

In particolare, la probabilità che un elettrone devia verso Nord in un campo magnetico ruotato rispetto alla verticale di X gradi, e devia verso Sud in un campo magnetico ruotato di Y gradi, è pari a:

$$\frac{1}{2} [\sin (Y-X)/2]^2$$

In definitiva la disuguaglianza di Bell

**(1) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 45 gradi”**

*più*

**(2) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione 45 gradi” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”**

Diventa:

$$\frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 + \frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 \geq \frac{1}{2} [\sin(45^\circ)]^2$$

$$\frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 + \frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 \geq \frac{1}{2} [\sin(45^\circ)]^2$$

tradotto in numeri:

$$0,0732 + 0,0732 \geq 0,2500$$

Cioè:

**0,1464 è maggiore o uguale di 0,2500 !!!**

**QUESTO È L'ESSENZA DEL TEOREMA DI BELL:**

**La meccanica quantistica fa delle previsioni sul comportamento degli elettroni che violano la disuguaglianza di Bell**

**PRIMA DOMANDA:**

**ALLORA LA MECCANICA QUANTISTICA È SBAGLIATA?**

**RISPOSTA:**

**La meccanica quantistica ha avuto uno straordinario successo nel prevedere correttamente una quantità incredibile di cose: dalla interazione della luce con la materia a tutta la chimica, al comportamento dei solidi e dei superfluidi, alla struttura e funzione del DNA, al colore delle stelle**

**Inoltre verifiche sperimentali straordinarie, l'ultima delle quali, particolarmente significativa, pubblicata a ottobre 2015 su Nature (Hensen et al., 2015), confermano che la meccanica quantistica ha ragione anche per quanto riguarda la violazione della disuguaglianza di Bell**

**SECONDA DOMANDA:**  
**CHE SIGNIFICA TUTTO CIÒ?**

**PERCHÈ UNA DISUGUAGLIANZA CHE VALE PER «OGGETTI»  
NORMALI COME LE PERSONE CON RIFERIMENTO AD ALTEZZA,  
GENERE, COLORE DEGLI OCCHI, NON VALE PER IL  
COMPORTAMENTO DEGLI ELETTRONI IN UN CAMPO MAGNETICO?**

**La risposta a questa seconda domanda è più articolata**

Intanto notiamo che accettare la reale validità del teorema di Bell è stato molto faticoso all'interno della comunità scientifica. Nel 1987 Franco Selleri scriveva:

*“... il problema della validità della disuguaglianza di Bell appare ancora aperto a tutte le soluzioni. A me pare essenziale difendere il principio di realtà separabile che ha tutta l'aria di essere la base più sicura di ogni realismo scientifico moderno”.* (Selleri, 1987, pag. 168)

Perché tante perplessità, perché tante opposizioni nonostante le successive, incalzanti verifiche sperimentali?

Perché il teorema di Bell scardina il principio di «realtà separabile» che, come ha scritto Selleri, veniva ritenuta – e tuttora viene ritenuta dai più, inconsapevoli delle implicazioni del teorema di Bell – la «base più sicura di ogni realismo scientifico moderno».

Ricordiamoci che il principio di realtà separabile equivale ai due principi che abbiamo menzionato in apertura:

- **PRINCIPIO DI REALTÀ**: la realtà è costituita da cose situate nello spazio e che si evolvono nel tempo, la cui esistenza è indipendente da chi le osserva
- **PRINCIPIO DI LOCALITÀ**: il comportamento di una cosa non è influenzato da azioni fatte su altre cose sufficientemente distanti nello spazio, in particolare non è influenzato *istantaneamente*, in quanto nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce nel vuoto

E noi siamo partiti proprio da questi due principi per dimostrare la disuguaglianza di Bell con riferimento al comportamento degli elettroni in un campo magnetico

**Infatti:**

Il principio di realtà, che abbiamo convenuto di sposare in pieno, ci permette di affermare che la proprietà di un elettrone di deviare verso Nord o verso Sud in un campo magnetico *esiste indipendentemente dal fatto che noi lo rileviamo o meno*, tanto è vero che misurando la deviazione di un elettrone affermiamo di sapere esattamente quale è la deviazione dell'altro elettrone *entangled* nello stesso campo magnetico, senza bisogno di misurarlo.

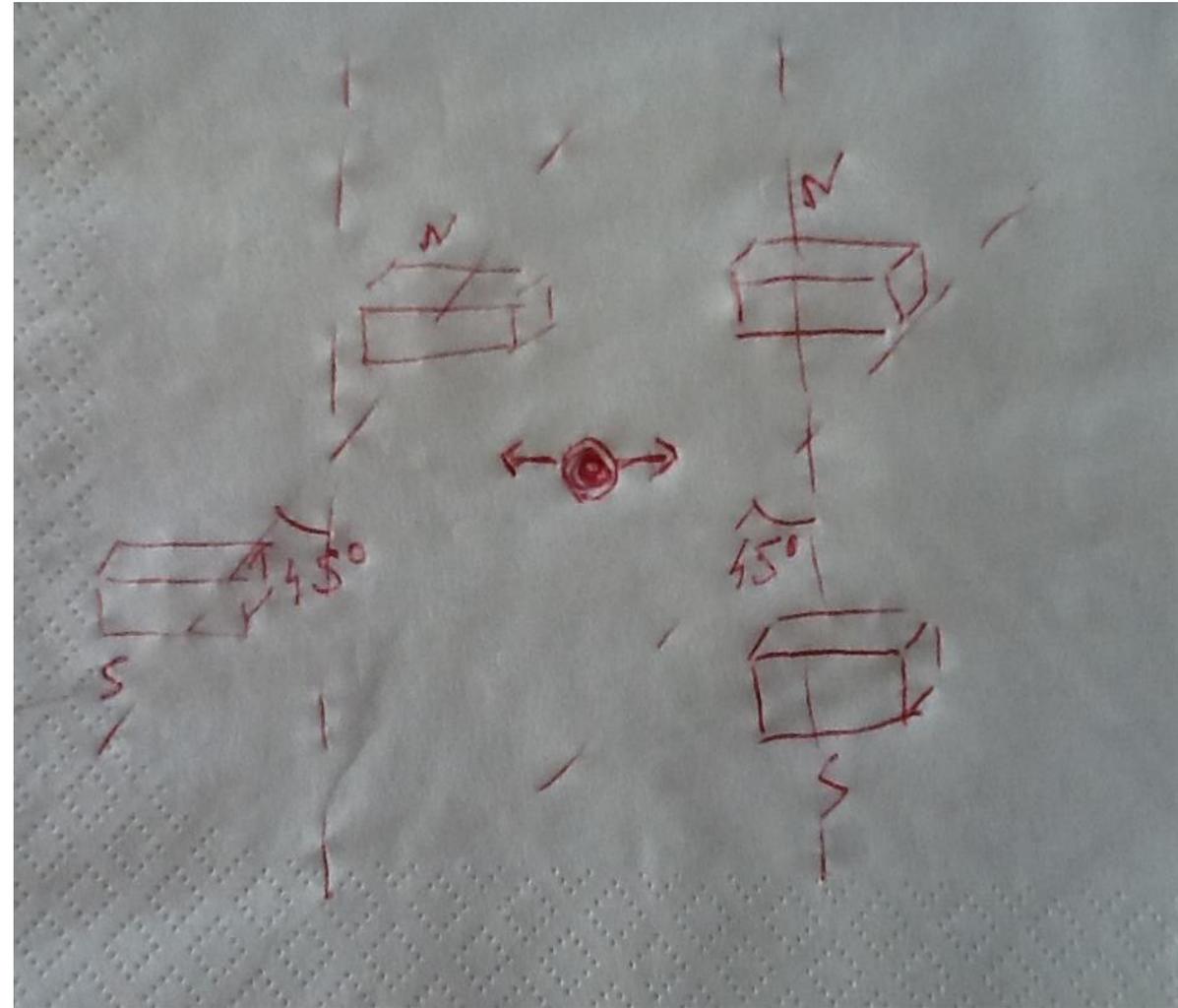
Il principio di località, da noi dato per scontato, ci induce a pensare che i risultati delle misure sul primo elettrone non dipendono da quali rilevazioni io sto facendo sul secondo elettrone, ma solo dalla modalità con cui la sostanza ha emesso gli elettroni *entangled* e da come sono disposti i magneti dell'esperimento, e non da successive azioni (es. misurazioni) che faccio sull'altro elettrone.

È questo che ha suggerito che, con due misurazioni indipendenti, una sul primo e una sul secondo elettrone, e utilizzando magneti non paralleli, si possono avere informazioni su due parametri in uno stesso elettrone.

In altre parole, se io rilevo che l'elettrone di sinistra devia verso Nord in un campo magnetico orientato a 45 gradi rispetto alla verticale, do per scontato che l'elettrone *entangled* di destra abbia "da sempre" (per così dire...) la proprietà di deviare verso Sud in un campo magnetico con medesimo orientamento.

**Non mi passa neanche per l'anticamera del cervello che il risultato della misura dell'elettrone di sinistra abbia alterato *istantaneamente* le proprietà dell'elettrone di destra !**

A questo punto quando io faccio due misure sui due elettroni con due magneti non paralleli, dico come si comporta un elettrone sulla base della misura sull'altro confidando che questa misura non influenza lo stato del primo elettrone, e fondo su questa cosa la disuguaglianza di Bell: infatti quando dico che un elettrone "devia verso Nord in direzione verticale" e "devia verso Sud in direzione 45 gradi", la seconda parte di questa affermazione l'ho dedotta dalla misura fatta sull'altro elettrone, e non ci penso per niente che questa misura possa aver cambiato il comportamento del primo elettrone!



**Il fatto che le formule della meccanica quantistica violino la disuguaglianza di Bell induce a pensare che, come minimo, quando si misura un elettrone l'altro non rimane imperturbato, ma viene influenzato istantaneamente dall'azione fatta sul primo: è la "spettrale azione a distanza" (*spooky action at a distance*) tanto avversata da Einstein, che viola il principio di località.**

**Questo equivale a dire che la meccanica quantistica è una teoria non locale in quanto, per quello che stiamo dicendo, violare la disuguaglianza di Bell implica (come minimo) violare il principio di località.**

**Un'altra possibilità è che non vale il “principio di realtà”, ovvero la comune visione della realtà, e questo consente in linea di principio di immaginare “modelli di realtà” – in particolare locali – per i quali la disuguaglianza di Bell può essere violata.**

**PERÒ .....**

**Se si sostiene che la realtà è locale, non sei capace di spiegare in termini di causa ed effetto fenomeni come *l'entanglement*.**

**In altri termini per chi ha questa visione la realtà è irriducibilmente casuale, certe correlazioni (come *l'entanglement*) avvengono non si sa per quale ragione: per dirla tutta, a livello microscopico si butta a mare il principio di causalità.**

# CONCLUSIONE

Le visioni implicate dal teorema di Bell, e in generale le visioni implicate dalla meccanica quantistica, sono state molto difficili da digerire da una parte molto ampia della comunità dei fisici, come ben viene evidenziato nel libro del fisico Franco Selleri «Paradossi e realtà – saggio sui fondamenti della microfisica» del 1987.

Nell'introduzione del libro si sottolinea *“l'arbitrarietà delle scelte anticausali ed antirealistiche dei fondatori della moderna teoria dei quanti”* e si afferma che le scelte filosofiche compiute da questi fondatori *“sono penetrate così profondamente nella teoria dei quanti da rendere certe sue predizioni incompatibili con le più immediate conseguenze del realismo locale (teorema di Bell). Questo realismo locale, spesso chiamato anche «località di Einstein», dovrà essere rigettato se gli esperimenti futuri dimostreranno la falsità delle sue conseguenze, eventualità che chi scrive ritiene improbabile [sottolineatura mia]. Comunque si può dire che esso è la più naturale ed elementare conseguenza di un atteggiamento razionalistico, in ogni nota accezione di questo concetto”* (Selleri, 1987, pag. v-vi).

In un'altra parte del libro Franco Selleri afferma:

*“Gli elementi di realtà separabile sono un’ipotesi molto semplice e ragionevole ..... . Qui diremo solo che essi rappresentano una realtà tanto più indipendente di un oggetto atomico, quanto più spazialmente separato quest’ultimo è dagli altri oggetti: in sostanza è l’idea che non vi siano in natura magiche connessioni a grande distanza fra gli oggetti [sottolineatura mia] e che tutte le influenze reciproche si esercitino mediante propagazioni di campi e/o di corpuscoli fra gli oggetti interagenti.” (Selleri, 1987, pag. 49).*

E subito dopo:

*“L’esistenza di una realtà separabile è una generalissima ipotesi realistica consistente con tutte le scienze della natura (con l’eccezione della meccanica quantistica) e suggerita pressantemente dal fatto ben noto che tutte le «forze» conosciute (nucleare, elettromagnetica, debole e gravitazionale) decrescono, tendendo a zero, col crescere della distanza. L’abbandono della realtà separabile si configura come una vera e propria tragedia della scienza [sottolineatura mia] che sembra rendere impossibile una descrizione realistica dell’universo in cui viviamo.” (Selleri, 1987, pag. 50).*

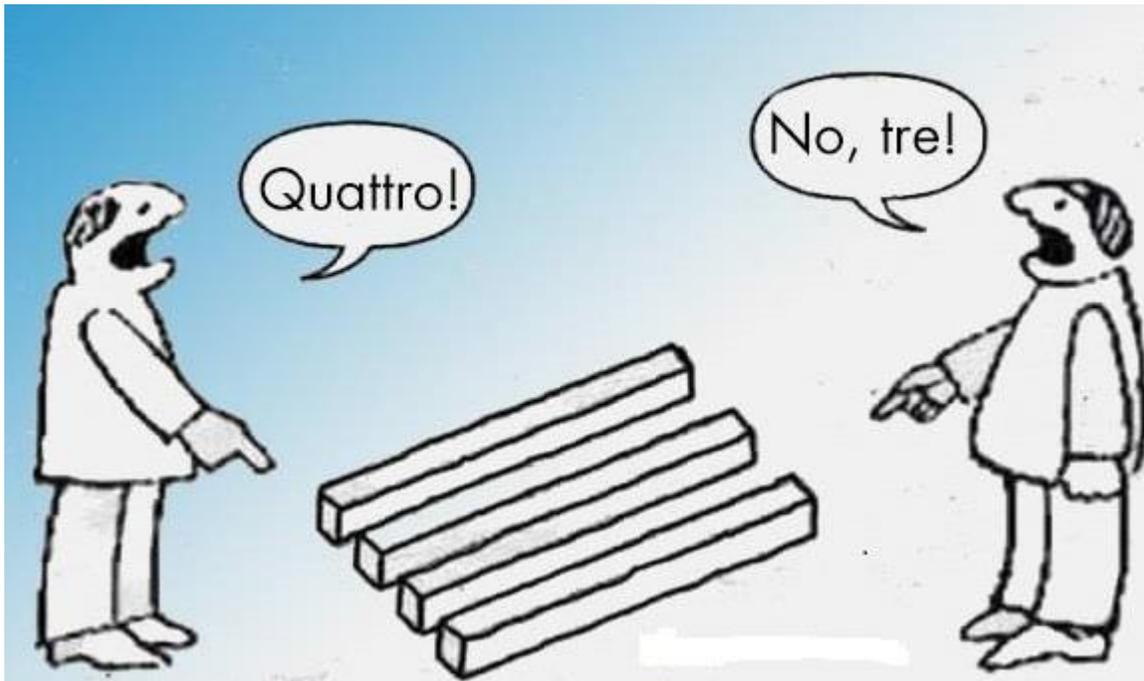
**La «tragedia della scienza» è avvenuta:** si è verificato sperimentalmente – l'ultima verifica pubblicata a ottobre 2015 su Nature (Hensen et al., 2015) è particolarmente significativa – che la «spettrale azione a distanza» tanto paventata da Einstein e che lo ha portato a sostenere nel 1935 che la meccanica quantistica è una teoria incompleta (Einstein et al., 1935), azione a distanza che è stata dimostrata inevitabile da Bell nel 1964 con il suo teorema se si vuole «completare» la meccanica quantistica (Bell, 1964), e che viene tanto avversata da ampia parte della comunità dei fisici (cfr. Selleri, 1987), rientra decisamente nel novero delle cose possibili.

In alternativa occorre rivedere il principio di realtà ovvero la visione corrente delle cose, mettendo in discussione che «la luna esiste anche se io non la guardo», o mettendo in discussione il principio di causalità.

**Tutto questo non è la farneticazione di pensatori particolarmente audaci, ma il risultato delle più avanzate scoperte – teoriche e sperimentali – della scienza!**

*“ Vi sono più cose in cielo e in terra, Orazio, di quante se ne sognano nella vostra filosofia ”*

(Amleto, Atto I, scena V)



**Grazie dell'attenzione**

mario.cirillo@isprambiente.it

Seminario tenuto nell'ambito del corso «Economia pubblica e politiche pubbliche»  
Dipartimento di Scienze sociali ed economiche  
Università La sapienza - Roma  
9 dicembre 2015

# Esercitazione

Mario C. Cirillo

[mario.cirillo@isprambiente.it](mailto:mario.cirillo@isprambiente.it)

Servizio Valutazioni Ambientali

Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (ISPRA)

## **COSA ACCADREBBE NEL NOSTRO MONDO MACROSCOPICO SE ANCHE QUI SI VIOLASSE LA DISUGUAGLIANZA DI BELL?**

Se vogliamo vedere le conseguenze della violazione della disuguaglianza di Bell nel nostro mondo, dobbiamo trovare un «analogo» delle coppie di elettroni *entangled*.

**Ci viene in mente qualcosa?**

A me sono venute in mente le coppie di gemelli monozigoti, in quanto queste coppie di individui possiedono lo stesso patrimonio genetico e mostrano gli stessi caratteri somatici (stesso genere, stessi occhi, stessi capelli, stessa altezza, stesso gruppo sanguigno, ecc.)

Abbiamo visto che la disuguaglianza di Bell vale per qualsiasi insieme, indipendentemente dal fatto che il numero degli elementi dell'insieme considerato sia grande o piccolo (può essere uno, e può essere anche zero!).

Per non complicarci troppo la vita consideriamo allora una sola coppia di gemelli monovulari.

# LA DISUGUAGLIANZA DI BELL LA POSSIAMO SCRIVERE COSÌ

(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”

*più*

(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”

*è maggiore o uguale a*

(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”

Immaginiamo adesso che la coppia di gemelli monozigoti che stiamo considerando sia costituita da due individui maschi, altezza inferiore a 175 cm, occhi scuri.

Immaginiamo inoltre che (volendo scimmiettare quello che fanno i fisici con gli elettroni *entangled*) facciamo tre esperimenti rappresentati dai termini (1), (2) e (3) nella disuguaglianza della slide precedente, e in ogni esperimento realizziamo la prima osservazione su un gemello, e la seconda osservazione sull'altro (anche se nel nostro mondo non ce n'è nessun bisogno, mentre nel mondo quantistico è essenziale, in quanto una misura perturba in modo irreversibile lo stato dell'elettrone, per cui la seconda misura non cattura le proprietà «originarie» di questo).

## NOTA BENE:

In questa analogia tra coppie di elettroni *entangled* e coppie di gemelli monozigoti c'è qualche differenza: nel caso di elettroni *entangled* la proprietà del primo elettrone è opposta a quella del secondo (se il primo devia verso Nord in presenza di un campo magnetico, il secondo devia verso Sud); nel caso di due gemelli monozigoti le proprietà sono identiche (se il primo gemello ha gli occhi chiari, anche il secondo ha gli occhi chiari).

Nel caso degli elettroni i tre esperimenti li facciamo su elettroni sempre diversi (l'ipotesi è che tutti gli elettroni siano identici e indistinguibili), mentre coi gemelli facciamo i tre esperimenti – cioè le tre doppie osservazioni – sempre con la stessa coppia di gemelli (\*), che ipotizziamo separati, situati in posti distanti l'uno dall'altro.

---

(\*) A meno che nel nostro esperimento mentale non immaginiamo di clonare due volte i gemelli, cosicché avremo tre coppie di gemelli e, analogamente a quanto si fa con gli elettroni, i tre esperimenti li facciamo con coppie diverse.

È interessante osservare che le conclusioni cui si giunge non mutano.

## **NOTA BENE** (continuazione):

Per rendere l'esperimento sui gemelli il più simile possibile a quello sugli elettroni, immaginiamo che:

- non conosciamo genere, altezza e colore degli occhi dei gemelli;
- l'apparato sperimentale ci fa sapere l'esito complessivo di ogni esperimento, e cioè il valore dei termini (1), (2) e (3) (vedi il riquadro sotto): noi i gemelli non li vediamo, sappiamo solo che sono molto distanti tra di loro.

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”**

Fatte tutte queste precisazioni, realizziamo l'esperimento (1) in cui si misura nel primo gemello la proprietà «genere» (maschio/femmina), e nel secondo la proprietà «altezza» (sopra i 175 cm/minore o uguale a 175 cm).

L'apparecchio sperimentale registrerà un individuo maschio (misura fatta sul primo gemello) e che ha altezza inferiore a 175 cm (misura fatta sul secondo gemello), quindi ci restituirà il valore «1».

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm” [vale «1»]**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”**

Passiamo a realizzare l'esperimento (2) in cui si considera la «altezza» (sopra i 175 cm/minore o uguale a 175 cm) nel primo gemello e il «colore degli occhi» (occhi chiari/occhi scuri) nel secondo.

Nel nostro mondo l'apparecchio sperimentale registrerà un individuo che ha altezza inferiore a 175 cm (misura fatta sul primo gemello) e che non ha gli occhi chiari (misura fatta sul secondo gemello), quindi ci restituirà il valore «0».

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm” [vale «1»]**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari” [vale «0»]**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”**

Infine realizziamo l'esperimento (3) in cui si misura nel primo gemello la proprietà «genere» (maschio/femmina), e nel secondo la proprietà «colore degli occhi» (occhi chiari/occhi scuri).

L'apparecchio sperimentale registrerà un individuo maschio (misura fatta sul primo gemello) e che non ha gli occhi chiari (misura fatta sul secondo gemello), quindi ci restituirà il valore «1».

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”**  
**[vale «1»]**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «0»]**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «1»]**

Questo significa che abbiamo verificato la disuguaglianza di Bell, in quanto il primo membro della disuguaglianza è uguale al secondo membro.

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”**  
**[vale «1»]**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «0»]**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «1»]**

**In questo caso la disuguaglianza diviene:**

$$(1 + 0) \geq 1$$

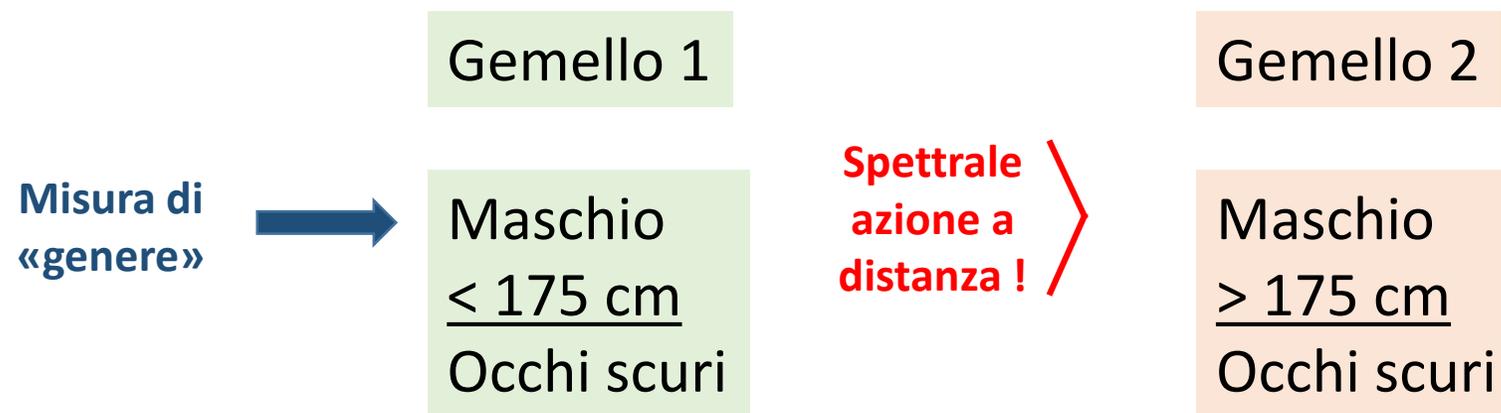
**Per cui la disuguaglianza di Bell è verificata**

## DOMANDA:

**Cosa dovrebbe succedere affinché la disuguaglianza di Bell sia violata, così come accade nel mondo quantistico?**

Immaginiamo che la misura del «genere» sul primo gemello fatta durante l'esperimento (1) abbia come conseguenza quella di cambiare istantaneamente l'altezza del secondo gemello, che diviene maggiore di 175 cm.

Questo significa che le misure sul gemello 2 si svolgerebbero su un individuo con caratteristiche non più identiche a quelle del gemello 1, e attenzione, tutto questo a nostra insaputa!



Gemello 1

Maschio  
< 175 cm  
Occhi scuri

Gemello 2

Maschio  
> 175 cm  
Occhi scuri

Con la situazione illustrata sopra:

- l'esperimento (1) [numero di individui che sono "maschi" e che "non hanno altezza sopra i 175 cm"] produrrà valore «0» (mentre in assenza della mutazione istantanea dell'altezza del secondo gemello avrebbe prodotto valore «1»)
- L'esperimento (2) [numero di individui che "hanno altezza sopra i 175 cm" e che "non hanno occhi chiari"] produrrà valore «0» (valore analogo al caso senza mutazione istantanea dell'altezza)
- L'esperimento (3) [numero di individui che sono "maschi" e che "non hanno occhi chiari"] produrrà valore «1» (anche questo valore analogo al caso senza mutazione istantanea dell'altezza)

Questo significa che nel caso di azione istantanea a distanza (mutamento dell'altezza del secondo gemello a seguito della misura di «genere» sul primo) abbiamo violato la disuguaglianza di Bell, in quanto il primo membro della disuguaglianza è inferiore al secondo membro !

nel caso di azione  
istantanea a distanza

**(1) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno altezza sopra i 175 cm”**  
**[vale «0»]**

*più*

**(2) il numero di individui che “hanno altezza sopra i 175 cm” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «0»]**

*è maggiore o uguale a*

**(3) il numero di individui che sono “maschi” e che “non hanno occhi chiari”** **[vale «1»]**

**In questo caso la disuguaglianza diviene:**

$$(0 + 0) \geq 1$$

**Per cui la disuguaglianza di Bell è violata**

## Commento conclusivo:

Come abbiamo già detto le conclusioni non mutano se, invece di considerare una sola coppia di gemelli se ne considerano tre (l'originale più due clonazioni), una per ogni esperimento – così l'analogia con gli elettroni è ancora più stringente.

Nel nostro esperimento mentale la «spettrale azione a distanza» coinvolge solo la prima coppia.

A voi verificare che le conclusioni non cambiano!

A voi immaginare «spettrali azioni a distanza» che avvengono con tutte e tre le coppie di gemelli (sul secondo gemello a seguito della misura sul primo), e che portano a una violazione della disuguaglianza di Bell!

**FINE DELL'ESERCITAZIONE**